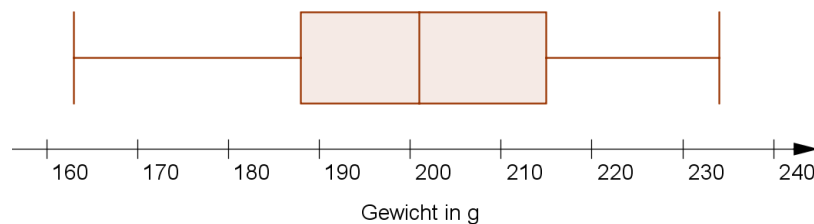


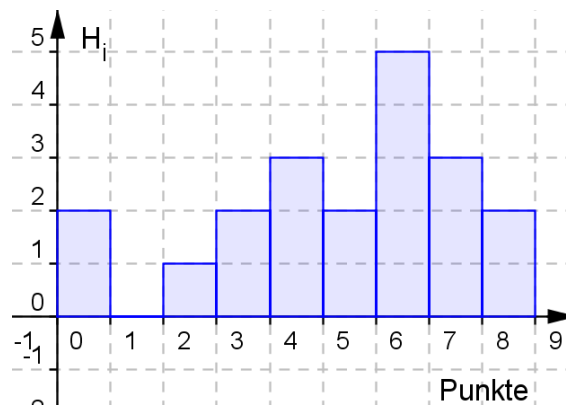
Grundbegriffe der Statistik (Übungen)

1. 60 Äpfel wurden gewogen und die Ergebnisse in einem Boxplot dargestellt.



Ergänze die folgenden Aussagen:

- _____ Prozent aller Äpfel sind leichter als 215 g.
 - _____ Äpfel sind schwerer als 201 g.
 - Ein Viertel aller Äpfel sind leichter als _____ g.
 - Die Hälfte aller Äpfel wiegen zwischen 188 g und _____ g.
2. Die Teilnehmer:innen eines Kurses haben einen Test geschrieben, bei dem man für jede Aufgabe einen Punkt bekommen konnte. Das abgebildete Histogramm zeigt das Ergebnis des Tests. Setze die fehlenden Zahlen ein bzw. streiche die falschen Antworten:



- An dem Test nahmen _____ Personen teil.
- Die meisten Teilnehmer bekamen _____ Punkte.
- _____ Personen erhielten weniger als 5 Punkte.
- _____ Prozent aller Teilnehmer erhielten mehr als 6 Punkte.
- Die durchschnittliche Punktezahl betrug _____ Punkte und die Standardabweichung war _____ Punkte.
- Aus der Grafik geht eindeutig hervor, dass der Test aus 8 Fragen bestand: richtig / falsch (begründe deine Antwort!)

Ermittle bei Beispiel 3 bis 6 arithmetisches Mittel, Standardabweichung, Median und Quartile. Stelle die Daten in einem Boxplot dar.

3.

a) 10 Buben aus einer 3. Klasse Volksschule wurden gemessen und gewogen:

Größe in cm	137	131,5	136,5	131,5	141,5	130,5	130	139	138	134
Gewicht in kg	31,5	25,5	32	24	37	26,5	27,5	31,5	35	27

b) Dasselbe für 8 Mädchen aus derselben Klasse:

Größe in cm	132,5	135	145	131	127,5	126,5	125,5	135,5
Gewicht in kg	32,5	31	37,5	29,5	25	23,5	29	37

4. Beim 100 m-Lauf erzielten sechs Teilnehmer folgende Zeiten:

11,3 s; 13,5 s; 10,9 s; 12,4 s; 11,8 s; 12,7 s

5. Bei 10 Bäumen wurden folgende Durchmesser gemessen:

53 cm; 74 cm; 82 cm; 45 cm; 77 cm; 91 cm; 63 cm; 75 cm; 60 cm; 84 cm

6. Eine Zimmervermieterin in einem Fremdenverkehrsort notiert sich, wie viele Nächte die Gäste bleiben:

7; 5; 2; 7; 7; 1; 14; 2; 1; 14; 7; 3

7. Die Tiefe eines Sees soll mit Echolot gemessen werden. Bei 10 Messungen wurden folgende Tiefen gemessen (in m):

118,14; 125,75; 124,48; 128,53; 117,18; 117,00; 120,46; 128,03; 131,70; 112,42

a) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

b) Welche beiden Messwerte würdest du weglassen,

- um einen höheren Mittelwert zu erhalten,
- um eine niedrigere Standardabweichung zu erhalten?

8. 20 Eier wurden gewogen. Man erhielt folgende Gewichte (in g):

45; 48; 50; 54; 57; 58; 60; 60; 61; 63; 64; 65; 67; 68; 70; 72; 75; 77; 78; 80

a) Berechne das arithmetische Mittel, die Standardabweichung, den Median, die Quartile sowie die Spannweite und den Interquartilsabstand der Gewichte.

b) In der EU werden Hühnereier in folgende Gewichtsklassen eingeteilt:

S: unter 53 g, M: 53 g bis unter 63 g, L: 63 g bis unter 73 g, XL: ab 73 g.

Ermittle die absoluten und relativen Häufigkeiten für die einzelnen

Gewichtsklassen und stelle die Daten in einem Histogramm dar. (Nimm an, dass die unterste Klasse bei 43 g beginnt und die oberste bei 83 g endet.)

9. Tobias hat 90 mal gewürfelt und die Ergebnisse notiert:

Zahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit	20	18	6	11	18	17

Ermittle die relativen Häufigkeiten für jede Zahl, das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

10. An einem Test nahmen 60 Personen teil. Es waren 10 Fragen zu beantworten. Die Anzahl der richtigen Antworten ist aus der folgenden Tabelle abzulesen.

Anzahl	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Häufigkeit	3	5	16	10	9	7	5	3	2	0	0

a) Ermittle den Median und die Quartile für die Anzahl der richtigen Antworten.

Erkläre die Bedeutung des Medians im Sachzusammenhang.

b) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

c) Stelle die Daten in einem Histogramm dar.

11. Im Jahr 2019 gab es in Wien ca. 941000 bewohnte Wohnungen. Die Anzahl der Personen pro Wohnung ist in der folgenden Tabelle dargestellt.

(Quelle: Statistisches Jahrbuch der Stadt Wien 2020)

Personen	1	2	3	4	5	6 oder mehr
Häufigkeit (in 1000)	426	265	118	81	32	19

a) Ermittle die relativen Häufigkeiten für die einzelnen Haushaltsgrößen und stelle sie in einem Histogramm dar.

b) Berechne die durchschnittliche Personenzahl pro Wohnung.

(Nimm für "6 oder mehr" den Wert 6 an.)

c) Jemand behauptet: "45 % aller Wienerinnen und Wiener leben allein."

Argumentiere, warum diese Behauptung falsch ist.

12. Die Kinderzahlen der österreichischen Familien waren im Jahr 2020 folgendermaßen verteilt (Quelle: www.statistik.at):

Kinderzahl	0	1	2	3	4 und mehr
Anteil der Familien	43 %	29 %		6 %	2 %

a) Ergänze den fehlenden Wert.

b) Ermittle die durchschnittliche Kinderzahl pro Familie

- bezogen auf alle Familien,
- bezogen auf die Familien mit Kindern.

(Familien mit 5 oder mehr Kindern fallen statistisch nicht ins Gewicht.)

13. Von 20 Schülern wurde die Körpergröße gemessen:

165 cm; 158 cm; 163 cm; 169 cm; 147 cm; 172 cm; 158 cm; 177 cm; 151 cm;
142 cm; 166 cm; 170 cm; 151 cm; 183 cm; 160 cm; 175 cm; 149 cm; 168 cm;
171 cm; 166 cm

- a) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Größen.
- b) Wiederhole die Berechnungen, wobei du die Werte in Klassen von 140 – 150 cm, 150 – 160 cm ... einteilst und mit den Klassenmitten rechnest. Wenn ein Wert auf einer Klassengrenze liegt, soll er zur oberen Klasse gerechnet werden.

14. Die Preise von 12 Bügeleisen wurden erhoben:

19 €, 25 €, 27 €, 29 €, 36 €, 39 €, 44 €, 48 €, 49 €, 54 €, 57 €, 65 €

- a) Teile die Preise in die Klassen 10 – 20 €, 20 – 30 € ... ein, gib die absoluten Häufigkeiten an und zeichne ein Histogramm.
- b) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.
- c) Gib an, wie sich arithmetisches Mittel und Standardabweichung ändern würden,
 - wenn alle Preise um 10 € erhöht werden,
 - wenn alle Preise um 50 % erhöht werden.

15. In einem Callcenter wird die Dauer von 100 Gesprächen aufgezeichnet:

Dauer in Minuten	0 – 2	2 – 4	4 – 10	10 – 20
Häufigkeit	40	35	15	10

- a) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der Gesprächsdauer (rechne mit den Klassenmitten).
- b) (*) Stelle die Daten in einem Histogramm dar. (Die *Flächen* der Rechtecke sollen der Häufigkeit entsprechen. Trag daher auf der y-Achse die *Häufigkeitsdichten* – Häufigkeit durch Klassenbreite – auf.)

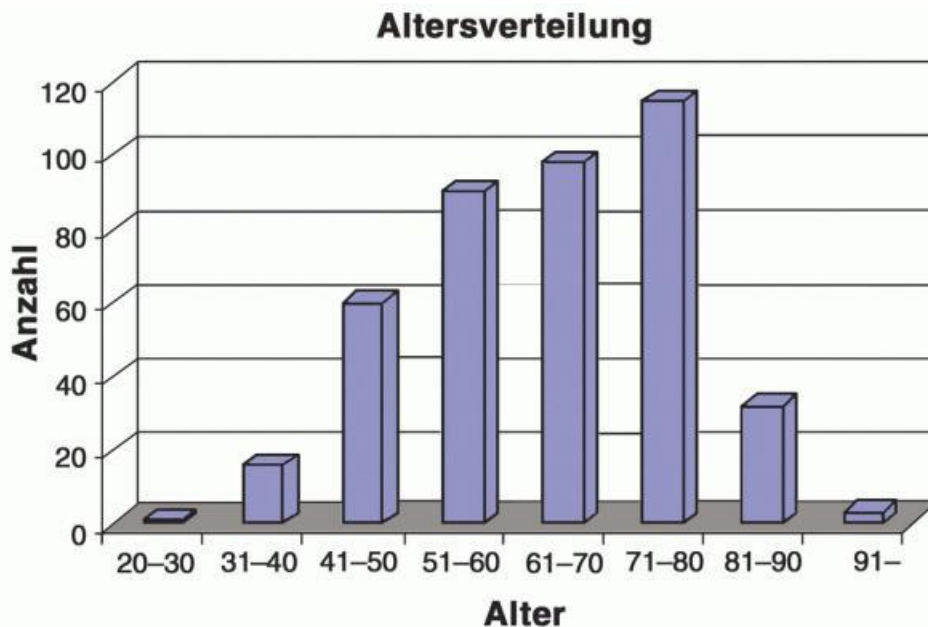
16. Ein Servicebetrieb zeichnet bei 200 Einsätzen die Weglängen auf:

Weglänge in km	0 – 1	1 – 5	5 – 10	10 – 20
Häufigkeit	36	42	70	52

- a) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.
 b) (*) Stelle die Daten in einem Histogramm dar
 (siehe Bemerkung zu Beispiel 15 b).

17. An einer medizinischen Studie nahmen 290 Männern mit einem Durchschnittsalter von 61 Jahren und 125 Frauen mit einem Durchschnittsalter von 73 Jahren teil.

- a) Ermittle das Durchschnittsalter (arithmetisches Mittel) der gesamten Gruppe.
 b) Lies aus der Grafik ab, in welcher Altersklasse der Median liegt.



Lang W et al. Journal für Kardiologie 2006; 13 (1-2): 21-27 ©

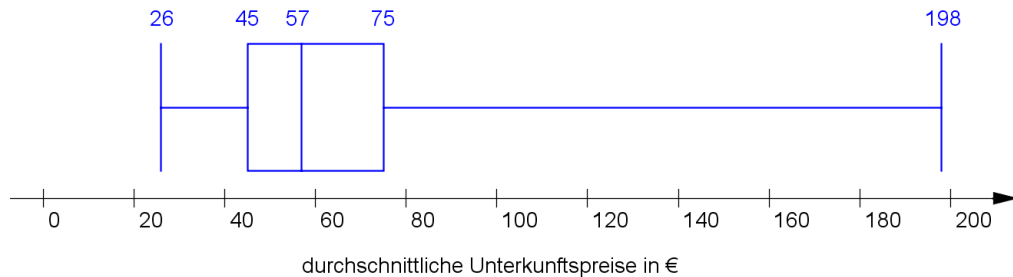
18. Bauer Mecke hat 12 Kürbisse gewogen und die Gewichte notiert:

1,2 kg; 1,9 kg; 4,5 kg; 5,2 kg; 8,0 kg; 2,7 kg;
 1,5 kg; 1,8 kg; 7,5 kg; 6,3 kg; 0,8 kg; ■ kg

Die letzte Zahl kann er nicht lesen, aber er weiß, dass das arithmetische Mittel 3,7 kg beträgt.

Berechne das fehlende Gewicht und die Standardabweichung.

19. Das Reiseportal goeuro hat 2015 die durchschnittlichen Preise für Unterkünfte in 150 Städten erhoben. An erster Stelle lag New York mit 198 €, an letzter Stelle Tirana (Albanien) mit 26 €. Die Verteilung der Preise wird im folgenden Boxplot dargestellt:



a) Ergänze die folgenden Aussagen:

- In ____ % aller Städte kostet eine Übernachtung weniger als 45 €.
- Die mittleren 50 % der Preise liegen zwischen ____ € und ____ €.

b) In Wien kostet eine Unterkunft durchschnittlich 61 €.

Innsbruck liegt auf Platz 34 (vom höchsten Preis aus gerechnet).

Gib an, in welchen Quartilsbereichen Wien und Innsbruck liegen.

c) Argumentiere, ob das arithmetische Mittel der Preise (vermutlich) ungefähr gleich hoch wie der Median, höher oder niedriger ist.

20. In der Marketingabteilung einer Firma arbeiten 12 Personen. Ihr Alter in Jahren beträgt: 25, 27, 28, 30, 32, 32, 35, 36, 37, 41, 42, 47.

a) Ermittle die Spannweite und den Interquartilsabstand des Alters.

b) Berechne das arithmetische Mittel und die Standardabweichung.

c) Im Sommer arbeitet noch eine 16-jährige Ferialpraktikantin in der Abteilung.

Wie ändern sich dadurch das arithmetische Mittel und die

Standardabweichung? Kreuze die richtigen Antworten an:

- Das arithmetische Mittel
 - wird kleiner
 - bleibt gleich
 - wird größer
- Die Standardabweichung
 - wird kleiner
 - bleibt gleich
 - wird größer

Ergebnisse:

1. a) 75 % b) 30 Äpfel c) 188 g d) 215 g
2. a) 20 b) 6 c) 8 d) 25 % e) $\bar{x} = 4,85, \sigma = 2,29$
f) Falsch - es könnten auch mehr als 8 Fragen gewesen sein, aber niemand hat mehr als 8 richtige Antworten
3.
 - a) Größe: $\bar{x} = 134,95; \sigma = 3,80; \tilde{x} = 135,25; Q_1 = 131,5; Q_3 = 138$ (in cm)
Gewicht: $\bar{y} = 29,75; \sigma = 4,07; \tilde{y} = 29,5; Q_1 = 26,5; Q_3 = 32$ (in kg)
 - b) Größe: $\bar{x} = 132,31; \sigma = 5,95; \tilde{x} = 131,75; Q_1 = 127; Q_3 = 135,25$ (in cm)
Gewicht: $\bar{y} = 30,63; \sigma = 4,72; \tilde{y} = 30,25; Q_1 = 27; Q_3 = 34,75$ (in kg)
4. $\bar{x} = 12,1$ s; $\sigma = 0,87$ s; $\tilde{x} = 12,1$ s; $Q_1 = 11,3$ s; $Q_3 = 12,7$ s
5. $\bar{x} = 70,4$ cm; $\sigma = 13,90$ cm; $\tilde{x} = 74,5$ cm; $Q_1 = 60$ cm; $Q_3 = 82$ cm
6. $\bar{x} = 5,83; \sigma = 4,32; \tilde{x} = 6; Q_1 = 2; Q_3 = 7$
7.
 - a) $\bar{x} = 122,37$ m, $\sigma = 5,91$ m
 - b) höherer Mittelwert: die beiden kleinsten Werte weglassen
höhere Standardabweichung: kleinsten und größten Wert weglassen
8.
 - a) $\bar{x} = 63,6$ g, $\sigma = 9,76$ g, $\tilde{x} = 63,5$ g, $Q_1 = 57,5$ g, $Q_3 = 71$ g, Spannweite: 35 g,
Interquartilsabstand: 13,5 g
 - b) S: 3 / 15 %; M: 6 / 30 %; L: 7 / 35 %; XL: 4 / 20 %
9. 1: 22 %; 2: 20 %; 3: 7 %; 4: 12 %; 5: 20 %; 6: 19 %; $\bar{x} = 3,44, \sigma = 1,87$
10.
 - a) $\tilde{x} = 3, Q_1 = 2; Q_3 = 5$; mindestens die Hälfte der Teilnehmer (30 Personen) haben höchstens 3 richtige Antworten gegeben.
 - b) $\bar{x} = 3,42, \sigma = 1,97$
11.
 - a) 1: 45 %; 2: 28 %; 3: 13 %; 4: 9 %; 5: 3 %; 6 oder mehr: 2 %
 - b) 2,03 Personen
 - c) In 45 % aller Wohnungen lebt nur eine Person, aber das sind nicht 45 % aller Personen.

12. a) 20 % b) 0,95; 1,67
13. a) $\bar{x} = 163,05$ cm, $\sigma = 10,62$ cm b) $\bar{x} = 163,5$ cm, $\sigma = 11,08$ cm
- 14.
- a) 10 – 20: 1; 20 – 30: 3; 30 – 40: 2; 40 – 50: 3; 50 – 60: 2; 60 – 70: 1
- b) $\bar{x} = 41$ €, $\sigma = 13,64$ €
- c) \bar{x} wird um 10 höher, σ bleibt gleich / \bar{x} und σ werden um 50 % höher
15. a) $\bar{x} = 4$ min; $\sigma = 4,17$ min
16. a) $\bar{x} = 7,25$ km; $\sigma = 5,27$ km
- 17.
- a) $\bar{x} = \frac{290 \cdot 61 + 125 \cdot 73}{415} = 64,6$ Jahre
- b) 61 – 70 Jahre
18. $x_{12} = 12 \cdot 3,7 - (1,2 + 1,9 + \dots + 0,8) = 3,0$ kg; $\sigma = 2,42$ kg
- 19.
- a) In **25 %** aller Städte kostet eine Übernachtung weniger als 45 €.
Die mittleren 50 % der Preise liegen zwischen **45 €** und **75 €**.
- b) Wien: zwischen Median und 3. Quartil; Innsbruck: oberhalb des 3. Quartils
- c) Das arithmetische Mittel ist (vermutlich) höher als der Median, weil einige Preise sehr viel höher als der Durchschnitt sind.
- 20.
- a) Spannweite: $47 - 25 = 22$ Jahre, Interquartilsabstand: $39 - 29 = 10$ Jahre
- b) $\bar{x} = 34,33$ Jahre, $\sigma = 6,36$ Jahre
- c) Arithmetisches Mittel wird kleiner, Standardabweichung wird größer

(Um Platz zu sparen, habe ich bei den Ergebnissen alle Grafiken weggelassen.)