Potenzen und Wurzeln

1. Berechne:
   a) $2^{-1} =$
   b) $4^{-1} =$
   c) $5^{-1} =$
   d) $10^{-1} =$
   e) $3^{-2} =$
   f) $2^{-3} =$
   g) $10^{-4} =$
   h) $5^{-3} =$
   i) $2^{-5} =$

2. Schreibe mit positiven Hochzahlen:
   a) $3x^{-5} =$
   b) $a^{-1}b^{2} =$
   c) $5x^{3}y^{-2} =$
   d) $a^{3}b^{-4}c^{-1} =$
   e) $e^{-3}f^{5}g^{-2} =$
   f) $3^{-2}x^{4}y^{2}z^{-1} =$

3. Vereinfache und stelle das Ergebnis mit positiven Hochzahlen dar!
   a) $a^{5} \cdot a^{-3} =$
   b) $x^{2} \cdot x^{-5} =$
   c) $y^{-2} \cdot y^{-6} =$
   d) $b^{-2} \cdot b^{3} \cdot b^{-7} =$
   e) $a^{3} \cdot b^{-2} \cdot a^{-4} \cdot b^{5} =$
   f) $x^{-5} \cdot y^{3} \cdot y^{-8} \cdot x^{2} =$
   g) $z^{3} : z^{7} =$
   h) $s^{-2} : s^{5} =$
   i) $u^{2} : u^{-4} =$
   j) $(x^{2})^{-3} =$
   k) $(a^{-1})^{5} =$
   l) $(n^{-2})^{-3} =$
   m) $3(xy)^{-1} =$
   n) $4(x^{2}y^{-3})^{-2} =$
   o) $(2xy^{-4})^{-3} =$
   p) $(a^{-2}b^{2})^{3} \cdot a^{4} =$
   q) $(p^{3}q^{-1})^{-4} : q^{5} =$
   r) $(x^{2}y^{-2})^{3} \cdot (xy^{-3})^{-2} =$

4. Vereinfache und stelle das Ergebnis, wenn möglich, als Wurzel dar!
   a) $a^{2} \cdot \sqrt{a} =$
   b) $c \cdot \sqrt[3]{c} =$
   c) $\sqrt{k} \cdot \sqrt[3]{k} =$
   d) $\sqrt[5]{s^{3}} \cdot \sqrt[5]{s^{2}} =$
   e) $e : \sqrt{e} =$
   f) $b^{2} : \sqrt[4]{b} =$
   g) $\sqrt[3]{d} : \sqrt[4]{d} =$
   h) $\sqrt[3]{y^{2}} : y =$
   i) $(\sqrt[4]{a})^{2} =$
   j) $(\sqrt[3]{x})^{9} =$
   k) $\sqrt[3]{(\sqrt{u})} =$
   l) $\sqrt{(\sqrt[5]{z^{4}})} =$

5. Bei einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung gilt folgender Zusammenhang:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^{2}$$

   (s: Weg, a: Beschleunigung, t: Zeit)
   a) Forme die Formel nach a um und schreibe das Ergebnis ohne Bruchstrich.
   b) Forme die Formel nach t um und gib das Ergebnis in Potenzschreibeweise an.

6.
   a) Erstelle eine Formel für die Oberfläche eines Würfels, wenn das Volumen bekannt ist, in Wurzelschreibweise
   b) Schreibe das Ergebnis als Potenz an.
   c) Erkläre, warum große Körper (bei gleicher Form) im Verhältnis zum Volumen eine kleinere Oberfläche haben als kleine.

7. Das dritte Kepler'sche Gesetz zur Planetenbewegung lautet:

$$T^{2} = r^{3}$$

   (T: Umlaufzeit in Jahren, r: Bahnradius in Astronomischen Einheiten)
   a) Forme die Formel nach T um und schreibe sie in Potenzschreibweise an.
   b) Um das Wievielfache vergrößert sich die Umlaufzeit eines Planeten, wenn der Bahnradius verdoppelt wird?

Ergebnisse:

1. a) 1/2 b) 1/4 c) 1/5 d) 1/10 e) 1/9
   f) 1/8 g) 1/10000 h) 1/125 i) 1/32
2. a) $3/x^5$ b) b^2/a c) $5x^3/y^2$ d) a^3/b^4c e) f^5/e^3g^2 f) $x^4y^2/9z$
3. a) a^2 b) $1/x^3$ c) $1/y^8$ d) $1/b^6$ e) b^3/a f) $1/x^3y^5$
   g) $1/z^4$ h) $1/s^7$ i) u^6 j) $1/x^6$ k) $1/a^5$ l)n^6
   m) $3/xy$ n) $4y^6/x^4$ o) $y^{12}/8x^3$ p) b^6/a^2 q) $1/p^{12}q$ r) x^4
4. a) $\sqrt{a^5}$ b) $\sqrt[3]{c^4}$ c) $\sqrt[6]{k^5}$ d) s e) $\sqrt{e}$ f) $\sqrt[4]{b^7}$
   g) $\sqrt[12]{d}$ h) $1/\sqrt[3]{y}$ i) $\sqrt{a}$ j) x^3 k) $\sqrt[6]{u}$ l) $\sqrt[5]{z^2}$
5.
   a. $a = 2s \cdot t^{-2}$
   b. $t = (2s)^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}}$
6.
   a. $O = 6 \cdot a^2,\ V = a^3 \ \Rightarrow \ O = 6 \cdot \left(\sqrt[3]{V}\right)^2$
   b. $O = 6 \cdot V^{\frac{2}{3}}$
   c. Weil die Hochzahl kleiner als 1 ist, wächst $V^{\frac{2}{3}}$ langsamer als V.
7.
   a. $T = r^{\frac{3}{2}}$
   b. um das $2^{\frac{3}{2}} \approx 2{,}8$-Fache