Grundbegriffe der Mengenlehre

Definition von *Georg Cantor (1845 – 1918):* „Eine *Menge* ist eine Zusammenfassung wohlunterschiedener Objekte unserer Anschauung oder unseres Denkens (genannt die *Elemente* der Menge) zu einem Ganzen."

Man kann eine Menge *beschreiben* oder ihre Elemente *aufzählen* (in geschwungenen Klammern { }, die Reihenfolge ist dabei egal).
Beispiele:

Ö = Menge aller österreichischen Bundesländer
Ö = {Burgenland, Kärnten, Niederösterreich, Oberösterreich, Salzburg, Steiermark, Tirol, Vorarlberg, Wien}

$A = \{x \in N / x \leq 7\}$ ... Menge aller natürlichen Zahlen kleiner oder gleich 7
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ *

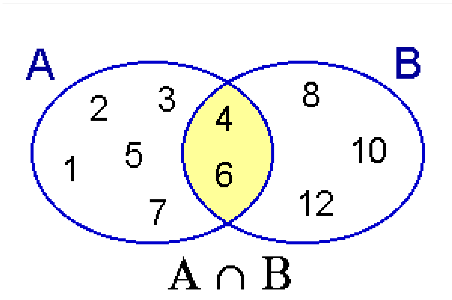
$B = \{x \in N_g / 4 \leq x \leq 12\}$ ... Menge aller geraden Zahlen zwischen 4 und 12
$B = \{4, 6, 8, 10, 12\}$

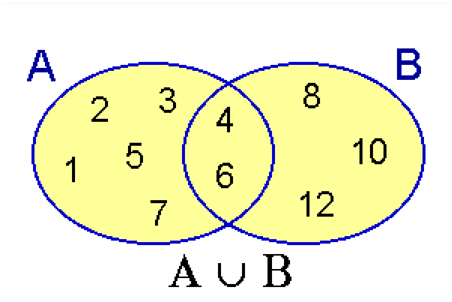
Wichtige Begriffe und Zeichen:

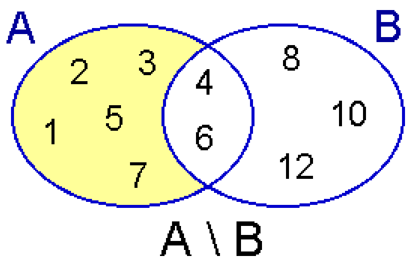
$\in$	Element	in obigem Beispiel: Salzburg $\in$ Ö, Bayern $\notin$ Ö $3 \in A$, $3 \notin B$
{ }	leere Menge	Menge die keine Elemente enthält z.B.: Menge aller bisherigen Kaiser der USA $\{x \in N / x < 0\}$
$\subseteq$	Teilmenge	Menge, die ganz in einer anderen enthalten ist in obigem Beispiel: $T = \{1, 2, 3\} \subseteq A$
$A \cap B$	Durchschnitt	alle Elemente, die in A *und* B enthalten sind $A \cap B = \{x / (x \in A)$ und $(x \in B)\}$ in obigem Beispiel: $A \cap B = \{4, 6\}$
$A \cup B$	Vereinigung	alle Elemente, die in A *oder* B enthalten sind $A \cup B = \{x / (x \in A)$ oder $(x \in B)\}$ in obigem Beispiel: $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12\}$
$A \setminus B$	Differenzmenge	alle Elemente von A, die *nicht* in B enthalten sind $A \setminus B = \{x / (x \in A)$ und $(x \notin B)\}$ in obigem Bsp.: $A \setminus B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$, $B \setminus A = \{8, 10, 12\}$

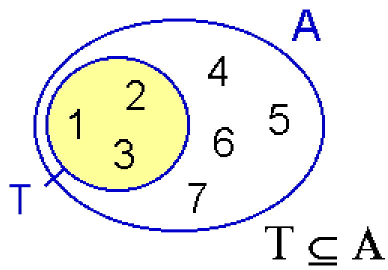
* Hier wurde 0 nicht zu den natürlichen Zahlen gerechnet.

Darstellung durch Mengendiagramme (Venn-Diagramme):









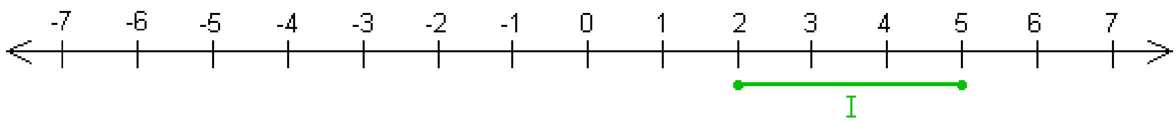
Eine Teilmenge von R in der Art von

$$I = \{x \in R \,/\, 2 \leq x \leq 5\}$$

kann man nicht mehr aufzählen. Solche Mengen bezeichnet man als *Intervalle;* man schreibt auch

$$I = [2, 5]$$

Darstellung auf der Zahlengeraden:



$[a, b] = \{x \in R \,/\, a \leq x \leq b\}$	*abgeschlossenes Intervall* (Endpunkte gehören dazu)
$]a, b[= \{x \in R \,/\, a < x < b\}$	*offenes Intervall* (Endpunkte gehören nicht dazu) andere Schreibweise: (a, b)
$[a, \infty[= \{x \in R \,/\, x \geq 3\}$	*unbeschränktes Intervall* (da ∞ keine Zahl ist, ist dieses Intervall rechts offen!)