

Übungen: Lineare Gleichungen (Textaufgaben)

1. Wenn man zum Drittel einer Zahl ein Viertel derselben Zahl addiert, erhält man 70.
2. Wenn man vom Viertel einer Zahl ein Fünftel derselben Zahl subtrahiert, so ergibt sich 4.
3. Wenn man zu einer Zahl ihr Viertel und ihr Achtel addiert, erhält man 44.
4. Die Summe aus der Hälfte, dem Drittel und dem Viertel einer Zahl ist um 5 größer als die Zahl.
5. Die Summe aus dem Drittel, dem Viertel und dem Neuntel einer Zahl ist um 22 kleiner als die Zahl.
6. Das Vierfache einer Zahl ist um 30 größer als ein Viertel der Zahl.
7. Das 7-fache und das Siebentel einer Zahl geben zusammen 100.
8. Die Zahl 30 soll in drei Summanden zerlegt werden, so dass jeder Summand um 3 kleiner als der vorige ist.
9. Die Zahl 120 soll in vier Summanden zerlegt werden, so dass jeder Summand das Doppelte des vorigen ist.
10. Gib zu einer Zahl zwei Drittel ihrer selbst hinzu und nimm vom Ergebnis ein Drittel weg, so bleibt 10. (*Ägypten*)
11. Jemand hat 300 Rupien und 6 Pferde. Ein anderer hat 10 Pferde, aber eine Schuld von 100 Rupien. Beider Vermögen ist gleich groß. Wieviel kostet ein Pferd? (*Indien*)
12. Jemand gibt von einem Geldbetrag ein Fünftel, ein Viertel und ein Drittel aus. Es bleiben ihm noch 520 €. Wie viel hat er am Anfang besessen?
13. Jemand gibt von einem Geldbetrag ein Fünftel aus, danach ein Viertel des übrigen Geldes und zuletzt ein Drittel des Restes. Es bleiben ihm noch 520 €. Wie viel hat er am Anfang besessen? (Tipp: Wenn er ein Fünftel ausgegeben hat, bleiben ihm noch vier Fünftel.)
14. Jemand spricht: Gott grüß euch, ihr 30 Gesellen. Man antwortet ihm: Wenn wir noch einmal so viel wären und noch halb so viel, dann wären wir 30. Wie viele sind es gewesen? (*Adam Ries*)
15. Jemand wird nach seinem Alter gefragt und antwortet: "Wenn ich noch einmal so alt wäre, dazu noch die Hälfte und ein Viertel meines Alters und ein Jahr, dann wäre ich 100 Jahre." Wie alt ist er?
16. (*) Jemand verspielt ein Drittel seines Geldes. Er verbraucht 4 Gulden und verliert schließlich ein Viertel des Restes. Danach bleiben ihm noch 20 Gulden. Wie viel hat er am Anfang gehabt? (*Adam Ries*)
17. (*) Ein Kaufmann gewinnt ein Drittel seines Kapitals und 4 Gulden. Er legt alles an und gewinnt wieder ein Viertel davon. Insgesamt hat er jetzt 40 Gulden. Wie viel hatte er am Anfang? (*Adam Ries*)

Aufgaben aus der Geometrie

18. Der Umfang eines Rechtecks beträgt 30 cm. Die Länge ist um 3 cm länger als die Breite. Berechnen Sie die Seitenlängen.
19. Der Umfang eines Dreiecks beträgt 37 cm. Die Seite b ist um 2 cm länger als a , c ist eineinhalb mal so lang so lang wie a .
20. In einem Dreieck ist der Winkel β um 15° größer als α , γ ist um 15° größer als β . Wie groß sind die Winkel?
21. In einem rechtwinkligen Dreieck ist ein spitzer Winkel doppelt so groß wie der andere.
22. In einem gleichschenkeligen Dreieck ist der Winkel an der Spitze drei mal so groß wie ein Winkel an der Basis.
23. Wenn man die Seiten eines Quadrats um 5 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 225 cm^2 größer. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?
24. Wenn man die Seiten eines Quadrats um 4 cm verkürzt, verringert sich der Flächeninhalt um 80 cm^2 . Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Quadrats?
25. Wenn man den Radius eines Kreises um 2 cm verlängert, nimmt der Flächeninhalt um $40\pi \text{ cm}^2$ zu. Wie lang war der Radius des ursprünglichen Kreises?
26. Wenn man die Seitenlängen eines Würfels um 5 cm verkürzt, nimmt die Oberfläche um 1350 cm^2 ab. Wie lang waren die Seiten des ursprünglichen Würfels?
27. Die Länge eines Rechtecks beträgt 30 m. Die Diagonale ist um 18 m länger als die Breite. Berechnen Sie die Breite und die Diagonale. (Satz von Pythagoras!)
28. Ein Schilfrohr wächst 2 m vom Ufer eines Teichs entfernt. Seine Spitze ragt 1 m über die Wasseroberfläche. Zieht man es ans Ufer, so berührt die Spitze gerade den Teichrand. Wie tief ist der Teich?
29. Ein 9 m hoher Mast wurde von einem Sturm geknickt. Die Spitze berührt den Erdboden 3 m vom Fußpunkt des Mastes entfernt. In welcher Höhe befindet sich die Knickstelle?
30. Eine Leiter lehnt senkrecht an einer Wand. Wenn man das untere Ende der Leiter 1 m von der Wand wegzieht, gleitet das obere Ende 20 cm abwärts. Wie lang ist die Leiter?

Teilungsaufgaben

31. Ein Vater vererbt seiner Frau, seinem Sohn und seinen beiden Töchtern 3600 Gulden. Sein letzter Wille ist, dass der Sohn zweimal soviel wie die Mutter und die Mutter zweimal soviel wie jede Tochter erhält. Berechne, wieviel jeder erbt. (*Adam Ries*)
32. Ein Mann hinterlässt 11000 Reichstaler und dazu eine Witwe, zwei Söhne und drei Töchter. Nach seinem Testament soll die Frau zweimal so viel bekommen wie ein Sohn und ein Sohn zweimal so viel wie eine Tochter. Wie viel bekommt ein jeder? (*L. Euler*)
33. Ein Betrag von 1500 € soll unter drei Preisträger so aufgeteilt werden, dass jeder Preis um 100 € niedriger als der vorige ist. Wie hoch sind die Preise?
34. 3000 € sollen unter drei Preisträgern so verteilt werden, dass der zweite Preis $1\frac{1}{2}$ mal so groß wie der dritte, der erste Preis $1\frac{2}{3}$ mal so groß wie der zweite ist.
35. 1850 € sollen auf drei Personen so aufgeteilt werden, dass jeder um ein Viertel weniger erhält als der vorige. Wie viel bekommt jeder? (Tipp: Jeder Preis ist $\frac{3}{4}$ des vorigen.)
36. Eine Rechnung von 3000 € soll auf drei Personen im Verhältnis 4 : 5 : 7 aufgeteilt werden. Berechnen Sie, wie viel jeder zahlen muss.
37. In einem Haus sind drei Wohnungen mit 60 m^2 , 75 m^2 bzw. 90 m^2 Fläche. Die Heizkosten von 2700 € sollen im Verhältnis der Wohnungsgrößen aufgeteilt werden. Wieviel muss jeder zahlen?

38. Peter und seine Eltern sind zusammen genau 100 Jahre alt. Peters Vater ist dreimal so alt wie er, die Mutter ist um 5 Jahre jünger als der Vater. Wie alt ist Peter?
39. An ihrem 40. Geburtstag stellt eine Mutter fest, dass sie genauso alt ist wie ihre drei Kinder zusammen. Der ältere Sohn ist eineinhalb mal so alt wie die Tochter, die um 2 Jahre älter als der jüngere Sohn ist. Wie alt sind die Kinder?
40. Von den Teilnehmern einer Sprachwoche will die Hälfte Spanisch lernen, ein Drittel Französisch, ein Achtel Italienisch, und eine Teilnehmerin kann sich nicht zwischen Japanisch und Russisch entscheiden. Wie viele Personen nehmen an der Sprachwoche teil?
41. Ein Betonpfeiler steht mit der Hälfte seiner Länge in der Erde, mit 3 Achtel seiner Länge im Wasser und ragt noch 1,50 m aus dem Wasser heraus. Wie hoch ist der Pfeiler?
42. Der griechische Mathematikers Diophant (3. Jh. n. Chr.) war ein Sechstel seines Lebens Kind, ein Zwölftel Jugendlicher und ein Siebentel Junggeselle. Fünf Jahre nach der Hochzeit bekam er einen Sohn, der aber leider nur halb so alt wie der Vater wurde. Diophant starb vier Jahre nach seinem Sohn. Wie alt ist er geworden?
43. Aus dem "Lilawati" (Indien, 8. Jh. n. Chr.):
*Eine Kette zersprang im Verlauf verliebten Getümmels,
 Eine Reihe Perlen löste sich drauf.
 Ein Sechstel von ihnen fiel auf den Boden,
 Ein Fünftel blieb auf dem Lager,
 Ein Drittel ward von der jungen Frau gerettet,
 Ein Zehntel behielt der Geliebte zurück,
 Und sechs Perlen blieben an der Schnur befestigt.
 Nun sag mir, wieviel Perlen an der Kette der Liebenden hingen.*
44. (*) Addiert man ein Viertel der Zeit seit Mitternacht bis jetzt zur Hälfte der Zeit von jetzt bis Mitternacht, so erhält man die genaue Uhrzeit. Wie spät ist es?
45. (*) Goldilocks hat den drei Bären Eier mitgebracht. Papa Bär nimmt die Hälfte der Eier und ein halbes Ei, Mama Bär nimmt die Hälfte der übrigen Eier und ein halbes Ei, und Baby Bär nimmt die Hälfte des Restes und ein halbes Ei. Ein Ei bleibt für Goldilocks übrig. Wie viele Eier waren es insgesamt?

Schlussrechnungen

Direkt proportionales Verhältnis: $a/b = c/x$ bzw. $b/a = x/c$

Indirekt proportionales Verhältnis; $a \cdot b = c \cdot x$

46. 4 Schokoladeschirmchen kosten 1,60 €. Eine Großpackung mit 60 Stück wird um 28,- € angeboten. Lohnt es sich, die Großpackung zu kaufen?
47. Wie lang ist der Schatten eines 7,20 m hohen Baumes, wenn zur selben Zeit der Schatten einer 2,10 m hohen Stange 1,40 m lang ist? Wie hoch ist ein Schornstein, dessen Schatten zur selben Zeit 16 m lang ist?
48. Eine Gruppe von 24 Personen muss für eine Ausstellung 180,- € Eintritt zahlen. 3 Personen werden krank. Wieviel beträgt der Eintritt für den Rest der Gruppe?
49. Frau M. zahlt für ihr Handy 12,50 € monatliche Grundgebühr. Im letzten Monat betrug die Rechnung für 180 Gesprächsminuten genau 35,- €. In diesem Monat hat sie 224 Minuten telefoniert. Wieviel muss sie dafür bezahlen?
50. In 10 Minuten kann man 10 Eier hartkochen. Wie lange braucht man, um 20 Eier hartzukochen?
51. Wenn Herr A. mit 60 km/h Durchschnittsgeschwindigkeit fährt, legt er eine bestimmte Strecke in 4 h zurück. Wie lange braucht er, wenn er mit 80 km/h fährt?

52. Ein Zug fährt durchschnittlich mit 75 km/h und braucht für eine bestimmte Strecke laut Fahrplan 20 min. Wegen einer Störung hat er 5 min Verspätung. Wie hoch war seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
53. Ein Bauer hat 40 Schweine und einen Futtermittelvorrat für 28 Tage. Er verkauft 8 Schweine. Wie lange reicht das Futter jetzt?
54. Aus einer Teigmenge kann ein Bäcker 120 Brote zu je 2½ kg formen. Wie viele 1½ kg-Brote kann er aus derselben Teigmenge herstellen?
55. Herr K. will sein Wohnzimmer neu tapezieren. Er hat berechnet, dass er 9 Rollen Tapete braucht, wenn er 50 cm breite Tapeten nimmt. Wie viele Rollen braucht er, wenn die Tapete 60 cm breit ist?

Geschwindigkeitsaufgaben

Weg = Geschwindigkeit * Zeit

56. Eine Autofahrerin wohnt in A-hausen, ein Mopedfahrer im 50 km entfernten B-tal. Die Autofahrerin ist mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h unterwegs, der Mopedfahrer mit 40 km/h.
 - a) Wann und wo begegnen die beiden einander, wenn sie gleichzeitig losfahren und einander entgegenfahren?
 - b) Wann und wo treffen sie sich, wenn die Autofahrerin eine halbe Stunde später losfährt?
 - c) Wann und wo holt das Auto das Moped ein, wenn sie gleichzeitig in gleicher Richtung losfahren?
57. Ein PKW und ein LKW fahren gleichzeitig von P-stadt in das 60 km entfernte Q-dorf. Der PKW erreicht eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 100 km/h, der LKW fährt mit 80 km/h. Nachdem der Autofahrer in Q-dorf angekommen ist, fährt er sofort wieder zurück. Wann und wo begegnet er dem LKW? (Der Gesamtweg der beiden Fahrzeuge ist die doppelte Entfernung von P und Q.)
58. Ein Auto braucht zum Durchfahren einer bestimmten Strecke 30 Minuten, ein Mopedfahrer 40 Minuten. Wie schnell fahren sie, und wie lang ist die Strecke, wenn sich die beiden Geschwindigkeiten um 24 km/h unterscheiden?
59. Von zwei Orten, die 12 km voneinander entfernt sind, fahren zwei Radfahrer einander entgegen. Der Geschwindigkeitsunterschied der beiden beträgt 4 km/h. Sie treffen einander nach 20 Minuten. Wie schnell sind beide gefahren?
60. Zwei Sportler drehen auf einer 400 m langen Laufbahn ihre Trainingsrunden. Sie starten gleichzeitig, aber der eine erreicht eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 18 km/h und der andere von 15 km/h. Wann überholt der schnellere Läufer den langsameren, und welche Strecke hat er bis dahin zurückgelegt?
61. Eine Schwimmerin will einen 2 km breiten See überqueren. Sie schwimmt mit 2 km/h. 10 Minuten später folgt ihr ihr Mann in einem Boot mit 6 km/h.
 - a) Wann und wo überholt der Mann die Schwimmerin?
 - b) Nachdem der Mann am anderen Ufer angekommen ist, macht er 10 Minuten Pause und rudert dann wieder zurück. Wann und wo begegnet er seiner Frau?
62. Ein Regionalzug fährt um 7:16 von Wien ab und kommt um 8:46 in St. Pölten an. Ein Eurocity (EC) fährt um 7:40 von Wien ab und kommt um 8:20 in St. Pölten an. Die Entfernung von Wien nach St. Pölten beträgt 60 km.
 - a) Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Züge.
 - b) Wann und wo überholt der EC den Regionalzug?

63. Ein Eurocity (EC) fährt um 15:00 von Salzburg ab und kommt um 16:05 in Linz an. Ein Intercity (IC) fährt um 15:32 in Linz ab und kommt um 16:50 in Salzburg an. Die Entfernung von Salzburg nach Linz beträgt ca. 130 km.
- Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit der beiden Züge.
 - Wann und wo begegnet der EC dem IC?
64. Jemand führt die erste Hälfte einer Strecke mit 120 km/h, die zweite Hälfte mit 60 km/h. Er braucht insgesamt zwei Stunden.
- Wie lang ist die Strecke?
 - Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit war der Fahrer unterwegs?
65. (*)
- Ein Pkw überholt mit 108 km/h einen LKW, der mit 90 km/h fährt. Der PKW ist 5 m lang, der LKW 10 m. Berechnen Sie die Länge des Überholwegs! (Anleitung: Beim Hintereinanderfahren sollte man einen Sicherheitsabstand einhalten, der einer Fahrzeit von 2 Sekunden entspricht, also zweimal die Geschwindigkeit des hinteren Fahrzeugs in m/s. Der Weg, den das überholende Fahrzeug zusätzlich zurücklegen muss, ist die Summe der beiden Sicherheitsabstände und der beiden Fahrzeuglängen.)
 - Erklären Sie die Faustregel: "Sicherheitsabstand ist gleich Tachostand (Fahrgeschwindigkeit), geteilt durch zwei."

Mischungsaufgaben

Stoffmenge = Menge * Konzentration; Stoffmenge 1 + Stoffmenge 2 = Stoffmenge gesamt

- Mit wieviel Wasser muss man 3 Liter 25%ige Kochsalzlösung verdünnen, um eine 7,5%ige Lösung zu erhalten?
- Aus 12 Litern 5%iger Kochsalzlösung soll eine 20%ige Lösung hergestellt werden. Wieviel Wasser muss dazu verdampft werden?
- Wieviel 50%igen Alkohol muss man mit 4 Liter 96%igem Spiritus mischen, um 70%igen Alkohol zu erhalten?
- Jemand hat 95%ige und 20%ige Schwefelsäure zur Verfügung. Er will daraus 10 l 35%ige Säure für eine Autobatterie mischen. Wieviel braucht er von jeder Sorte?
- Wieviel g Feingold muss man mit 15 g Gold von 14 Karat legieren, um 18-karätiges Gold zu erhalten? (1 Karat = $\frac{1}{24}$)
- Ein Juwelier hat Silber vom Feingehalt 600 bzw. 950. Er braucht 100 g Silber vom Feingehalt 740. Wieviel von jeder Sorte muss er miteinander mischen? (Der Feingehalt wird in Promille angegeben.)
- 2 l kochendes Wasser (100 °C) werden mit 1 l kaltem Wasser (10 °C) gemischt. Welche Temperatur hat die Mischung?
- 5 l Wasser mit einer Temperatur von 70 °C wurden mit 3 l kaltem Wasser gemischt. Die Mischung hat eine Temperatur von 50,5 °C. Wie hoch war die Temperatur des kalten Wassers?
- Wieviel Milch mit einer Temperatur von 4 °C muss man in 0,2 l Kaffee mit 74 °C schütten, wenn der Milchkaffee eine Temperatur von 60 °C haben soll?
- 10 kg Gurken sind in der Sonne gestanden. Dabei hat sich der Wassergehalt von 97% auf 94% verringert. Wie viel wiegen die Gurken jetzt noch? (Rechnen Sie mit der Trockenmasse.)

Ergebnisse:

1. 120
2. 80
3. 32
4. 60
5. 72
6. 8
7. 14
8. 13, 10, 7
9. 8, 16, 32, 64
10. 9
11. 100 Rupien
12. 2400 €
13. 1300 €
14. 12
15. 36 Jahre
16. 46 Gulden
17. 21 Gulden
18. 9 cm, 6 cm
19. 10 cm, 12 cm, 15 cm
20. 45°, 60°, 75°
21. 30°, 60°
22. 108°, 36°
23. 20 cm
24. 12 cm
25. 9 cm
26. 25 cm
27. 16 m, 34 m
28. 1,5 m
29. 4 m
30. 2,60 m
31. Mutter: 900, Sohn: 1800, Tochter: 450
32. Frau: 4000, Sohn: 2000, Tochter: 1000
33. 600 €, 500 €, 400 €
34. 1500 €, 900 €, 600 €
35. 800 €, 600 €, 450 €
36. 750 €, 937,50 €, 1312,50 €
37. 720 €, 900 €, 1080 €
38. 15 Jahre
39. 18 Jahre, 12 Jahre, 10 Jahre
40. 24
41. 12 m
42. 84 Jahre
43. 30
44. 9:36 h
45. 15
46. Nein (einzeln würden 60 Schirmchen 24,- € kosten)
47. 4,8 m; 24 m
48. 157,50 €
49. 40,50 €
50. 10 min ☺
51. 3 h
52. 60 km/h
53. 35 Tage
54. 200 Brote
55. 7,5 Rollen
56.
 - a) nach 30 min, 30 km von A
 - b) nach 48 min, 18 km von A
 - c) nach 2 h 30 min, 150 km von A (alle Zeitangaben sind vom Beginn der ersten Fahrt an gerechnet)
57. nach 40 min, 53,3 km von P
58. 96 km/h, 72 km/h, 48 km
59. 16 km/h, 20 km/h
60. nach 8 min, 2,4 km
61.
 - a) nach 15 min, 500 m vom Ufer
 - b) nach 45 min, 1500 m vom Ufer
62.
 - a) 40 km/h, 90 km/h
 - b) 7:59, ca 29 km von Wien
63.
 - a) 120 km/h, 100 km/h
 - b) 15:50, 100 km von Salzburg
64.
 - a) 160 km
 - b) 80 km/h (also nicht der Mittelwert der Geschwindigkeiten!)
65.
 - a) 750 m
 - b) Sicherheitsabstand = $2 \cdot v(\text{m/s}) = 2 \cdot v(\text{km/h})/3,6 = v(\text{km/h})/1,8 \sim v(\text{km/h})/2$
66. 7 l
67. 9 l
68. 5,2 l
69. 2 l, 8 l
70. 10 g
71. 60 g, 40 g
72. 70°C
73. 18°C
74. 0,05 l
75. 5 kg