

Übungen: Lineare Gleichungen

1. Ordne den folgenden Texten die passende Gleichung zu.

I: Tom bestellt 4 T-Shirts. Der Versand kostet 5 €, insgesamt zahlt er 75 €.	$\frac{a}{2} + \frac{a}{3} = 55$
II: Aus einem Sack Kartoffeln wurde ein Viertel des Inhalts entnommen. Es sind noch 15 kg übrig.	$b + 4 + 5 = 75$
III: Die Hälfte und das Drittel einer Zahl ergeben zusammen 55.	$c + \frac{c}{2} + \frac{c}{3} = 55$
IV: Lena gibt von ihrem Bargeld die Hälfte und ein Drittel aus. Es bleiben ihr 55 €.	$\frac{d}{4} = 15$
V: Andi kauft ein Zugticket. Er zahlt mit 4 € Schnellzugzuschlag und 5 € für die Reservierung insgesamt 75 €.	$4e - 5 = 75$
VI: Kati macht einen Fahrradausflug. Sie hat bereits 15 km zurückgelegt, das ist ein Viertel der Gesamtstrecke.	$\frac{3f}{4} = 15$
VII: Peter kauft 4 Mathematikbücher. Er löst einen Gutschein über 5 € ein und muss noch 75 € bezahlen.	$4g + 5 = 75$
VIII: Eva sagt: „Wenn ich um die Hälfte und um ein Drittel älter wäre als jetzt, wäre ich 55 Jahre alt.“	$h - \frac{h}{2} - \frac{h}{3} = 55$

2. Ordne den Gleichungen aus Beispiel 1 ihre Lösungen zu (durch Einsetzen):

17,5; 20 (2 mal); 30; 60; 66 (2 mal); 330

Löse die folgenden Gleichungen über der Grundmenge \mathbb{R} .

3.

a) $3x + 5 = 23$

e) $4z - 9 = -2$

b) $8x - 12 = 28$

f) $12y + 15 = 19$

c) $10y + 23 = 3$

g) $80 - 12t = 38$

d) $11 - 5z = 26$

h) $16 = 7z + 30$

4.

a) $7x + 3 = 5x + 12$

e) $0,9x + 5 = 1,2x - 3,4$

b) $6z + 8 = 11z - 7$

f) $4,2t - 7 = 11 - 3,3t$

c) $9y + 4 = 3y - 10$

g) $0,7y + 2,8 = 0,55y - 1,7$

d) $100 - 7x = 13x$

h) $0,5 - 1,7z = 0,74 + 2,3z$

5.

a) $\frac{2x}{3} + 2 = 10$

b) $\frac{3x}{5} - 5 = 7$

c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 25$

d) $\frac{y}{3} + \frac{y}{4} + 15 = y$

e) $\frac{z}{3} - \frac{z}{5} = 1$

f) $\frac{u}{5} + 2 = \frac{u}{3} - 4$

g) $\frac{3z}{4} = \frac{2z}{3} - 5$

h) $\frac{5y}{8} = \frac{2y}{5} + 3$

6.

a) $3 \cdot (x + 7) = 4 \cdot (2x - 1)$

b) $4 \cdot (5x - 3) + 6 = 10$

c) $8 \cdot (y + 10) - 30 = 5y$

d) $9 \cdot (y - 5) = 4y - 10$

e) $3 \cdot (6v + 4) = 9 \cdot (2v - 3)$

f) $8 \cdot (3 + 2z) - 3z = 5z - 8$

g) $5 \cdot (y - 0,2) = 1,6 \cdot (3y + 0,5)$

h) $4 \cdot (9w - 11) - 12 \cdot (3w - 4) = 4$

7.

a) $\frac{3y+5}{2} = \frac{2y}{3}$

b) $\frac{x+5}{3} = \frac{3x}{4}$

c) $\frac{2x-5}{2} = \frac{4x-9}{5}$

d) $\frac{4x+30}{6} = \frac{9-x}{4}$

e) $\frac{2z+7}{5} = \frac{9-3z}{6}$

f) $\frac{3y+4}{4} = \frac{4y-6}{5}$

g) $\frac{4z+1}{6} = \frac{z-3}{2} + \frac{2}{3}$

h) $\frac{y+2}{3} + \frac{y-1}{15} = \frac{2y+3}{5}$

8.

a) $2x \cdot (x - 3) = x \cdot (2x + 4) - 80$

b) $x \cdot (x + 3) = x^2 + 4 \cdot (x - 3)$

c) $(z - 2) \cdot (z + 3) = z^2 + 6$

d) $(y + 3) \cdot (y + 5) = y \cdot (y + 11)$

e) $(x - 1) \cdot (x + 1) = (x + 3) \cdot (x - 2)$

f) $(y + 3) \cdot (y - 4) = y \cdot (y - 5) + 2 \cdot (y + 6)$

g) $(2z + 5) \cdot (z - 3) = (z - 6) \cdot (2z - 2) - 1$

h) $(x + 5) \cdot (x - 3) = (x - 4) \cdot (x + 6)$

9.

a) $(y + 2) \cdot (y - 8) = (y - 2)^2 - 12$

b) $(x - 1)^2 = (x - 3) \cdot (x + 2)$

c) $(x + 5)^2 = (x - 3)^2 + 8x$

d) $(x - 2) \cdot (x + 2) = (x + 6)^2$

e) $(3z - 1)^2 = (3z + 4) \cdot (3z - 5)$

f) $(2y + 3)^2 = (5 - 2y)^2$

g) $(5z - 4)^2 = (5z + 4)^2 - 80z$

h) $2x - (2 - 7x)^2 = (1 - 7x) \cdot (1 + 7x)$

10. Finde heraus, wofür die folgenden Formeln stehen, und forme sie nach der gesuchten Variablen um.

- | | | | |
|------------------------------|---------|--|------------|
| a) $u = 2 \cdot r \cdot \pi$ | ges.: r | e) $V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$ | ges.: h |
| b) $A = \frac{a \cdot b}{2}$ | ges.: b | f) $A = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s$ | ges.: s |
| c) $s = \frac{a+b+c}{2}$ | ges.: a | g) $A = \frac{(a+c) \cdot h}{2}$ | ges.: h, c |
| d) $V = a \cdot b \cdot c$ | ges.: c | h) $A = 2ab + 2ac + 2bc$ | ges.: c |

11. Forme nach der gesuchten Variablen um.

- | | | | |
|--------------------------------------|-------------|---|------------------|
| a) $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ | ges.: a | e) $K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$ | ges.: p |
| b) $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$ | ges.: y, b | f) $K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ | ges.: K_0 |
| c) $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ | ges.: y_2 | g) (*) $m = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2}{n_1 + n_2}$ | ges.: x_2, n_1 |
| d) $\frac{x-a}{x-b} = c$ | ges.: x | h) (*) $y = \frac{h}{3} \cdot \frac{2a+b}{a+b}$ | ges.: a, b |

Ergebnisse:

1. I: g, II: f, III: a, IV: h, V: b, VI: d, VII: e, VIII: c

2. I: 17,5, II: 20, III: 66, IV: 330, V: 66, VI: 60, VII: 20, VIII: 30

3.

- | | | | |
|------|-------|------------------|--------|
| a) 6 | c) -2 | e) $\frac{7}{4}$ | g) 3,5 |
| b) 5 | d) -3 | f) $\frac{1}{3}$ | h) -2 |

4.

- | | | | |
|------------------|-------------------|--------|----------|
| a) $\frac{9}{2}$ | c) $-\frac{7}{3}$ | e) 28 | g) -30 |
| b) 3 | d) 5 | f) 2,4 | h) -0,06 |

5.

- | | | | |
|-------|-------|-------------------|-------------------|
| a) 12 | c) 30 | e) $\frac{15}{2}$ | g) -60 |
| b) 20 | d) 36 | f) 45 | h) $\frac{40}{3}$ |

6.

- | | | | |
|------------------|--------------------|----------------|---------------------|
| a) 5 | c) $-\frac{50}{3}$ | e) $L = \{ \}$ | g) 9 |
| b) $\frac{4}{5}$ | d) 7 | f) -4 | h) $L = \mathbb{R}$ |

7.

- a) -3 c) $\frac{7}{2}$ e) $\frac{1}{9}$ g) -6
b) 4 d) -3 f) 44 h) $L = \mathbb{R}$

8.

- a) 8 c) 12 e) 5 g) 2
b) 12 d) 5 f) 12 h) $L = \{ \}$

9.

- a) -4 c) -2 e) 7 g) $L = \mathbb{R}$
b) 7 d) $-\frac{10}{3}$ f) $\frac{1}{2}$ h) $\frac{1}{6}$

10.

- a) Kreis, Umfang $r = \frac{u}{2\pi}$
b) rechtwinkeliges Dreieck, Fläche $b = \frac{2A}{a}$
c) Dreieck, halber Umfang $a = 2s - b - c$
d) Quader, Volumen $c = \frac{V}{ab}$
e) quadratische Pyramide, Volumen $h = \frac{3V}{a^2}$
f) (Kreis-)Kegel, Oberfläche $s = \frac{A - r^2\pi}{r\pi}$
g) Trapez, Fläche $h = \frac{2A}{a+c}$ $c = \frac{2A}{h} - a$
h) Quader, Oberfläche $c = \frac{A - 2ab}{2a + 2b}$

11.

- a) $a = \frac{2s}{t^2}$
b) $y = \frac{bx}{a}$ $b = \frac{ay}{x}$
c) $y_2 = k \cdot (x_2 - x_1) + y_1$
d) $x = \frac{bc - a}{c - 1}$
e) $p = 100 \cdot \left(\frac{K_1}{K_0} - 1 \right)$
f) $K_0 = \frac{K_1}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$
g) $x_2 = \frac{m \cdot (n_1 + n_2) - n_1 x_1}{n_2}$ $n_1 = \frac{(x_2 - m)n_2}{m - x_1}$
h) $a = \frac{(3y - h) \cdot b}{2h - 3y}$ $b = \frac{(2h - 3y) \cdot a}{3y - h}$