Übungen: Lineare Funktionen

1. Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen und berechne die Nullstelle.
   a) $f(x) = 2 \cdot x - 3$
   b) $f(x) = -3 \cdot x + 6$
   c) $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x + 3$
   d) $f(x) = -\frac{3}{2} \cdot x + 9$
   e) $f(x) = x - 5$
   f) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x - 2$
   g) $f(x) = -0{,}5 \cdot x - 3$
   h) $f(x) = 7 - x$
2. Bestimme die lineare Funktion, deren Graph durch den Koordinatenursprung und durch den Punkt P geht!
   a) P = (4/6)
   b) P = (12/3)
   c) P = (–3/9)
   d) P = (8/–5)
   e) P = (–1/–7)
   f) P = (2,5/–7,5)
3. Bestimme die lineare Funktion, deren Graph durch den Punkt P geht und die Steigung k hat:
   a) P = (4/6), k = 1
   b) P = (3/1), k = 2
   c) P = (4/4), $k = -\frac{3}{4}$
   d) P = (–3/–5), $k = \frac{5}{3}$
   e) P = (4/–2), k = –3
   f) P = (6/0), $k = \frac{1}{2}$
4. Bestimme die lineare Funktion, deren Graph durch die Punkte A und B geht.
   a) A = (1/1), B = (3/5)
   b) A = (–2/4), B = (2/2)
   c) A = (–3/2), B = (6/8)
   d) A = (–1/–1,5), B = (3/–7,5)
   e) A = (1/2), B = (–1/–3)
   f) A = (3/1,8), B = (8/2,3)

Überlege bei den folgenden Beispielen, wofür k und d stehen.

5. Ein Fahrrad-Botendienst verlangt 7,00 € für die Anfahrt und 0,50 € pro (angefangenem) Kilometer.
    a) Gib den Preis für eine x km lange Strecke als Funktion P(x) an.
    b) Wie viel kostet eine Zustellung über eine Strecke von 15 km?
    c) In welche Entfernung kann man eine Sendung um 10 € zustellen?
    d) Skizziere den Graphen von P(x).
6. Ein Auto verbraucht 6 l Benzin auf 100 km. Der Tank fasst 50 L.
    a) Gib die Restmenge R(x), die x km nach dem Tanken noch übrig ist, als Funktion an.
    b) Wie viel Benzin ist nach 250 km noch im Tank?
    c) Wann ist der Tank leer? Wie bezeichnet man diese Stelle der Funktion?
    d) Skizziere den Graphen von R(x).
7. Eine bestimmte Gasmenge hat bei 0 °C ein Volumen von 91 L. Wenn die Temperatur um 3 °C steigt, nimmt das Volumen (bei konstantem Druck) jeweils um 1 L zu.
    a) Stelle das Volumen als Funktion der Temperatur in °C dar und skizziere den Graphen.
    b) Berechne die Nullstelle der Funktion. Was bedeutet dieser Wert?
8. In einer Stadt waren im Jahr 2000 ca. 7200 PKW zugelassen, im Jahr 2010 ca. 11700. Man kann annehmen, dass die Anzahl der PKW linear wächst.
    a) Wie viele PKW werden pro Jahr neu zugelassen?
    b) Gib die Anzahl der PKW nach t Jahren als Funktion N(t) an (2000 = Jahr 0).
    c) Wie viele PKW sind im Jahr 2016 zu erwarten?
    d) Wann wird es voraussichtlich 18000 PKW geben?
9. Die Blutalkoholkonzentration (BAK) kann mit folgender Formel abgeschätzt werden:

    $$\mathrm{c} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{e} \cdot \rho}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{r}}$$

    Dabei bedeutet:

    c: Alkoholkonzentration im Blut in Promille

    V: Volumen des Getränks in ml

    e: Alkoholvolumenanteil

    ρ = 0,8: Dichte von Alkohol (rho)

    m: Masse der Person in kg

    r: Reduktionsfaktor (Männer: 0,7, Frauen: 0,6)

    Pro Stunde nimmt sie um 0,1 ‰ bis 0,2 ‰ ab.
    a) Ein 75 kg schwerer Mann trinkt 1,5 l Bier (5 % Alkohol). Wie viel Alkohol hat er direkt danach im Blut?

b) Gib die BAK nach t Stunden als Funktion an, wenn pro Stunde 0,15 ‰ abgebaut werden. Skizziere den Funktionsgraphen.

c) Ermittle grafisch und rechnerisch, wann der Mann wieder ein Fahrzeug lenken darf (BAK höchstens 0,5‰).

10. In den USA misst man die Temperatur in Grad Fahrenheit. 0 °C entsprechen 32 °F, 100 °C entsprechen 212 °F.

a) Gib eine Gleichung für die Umrechnung von Celsius (T_C) in Fahrenheit (T_F) an und stelle den Zusammenhang graphisch dar.

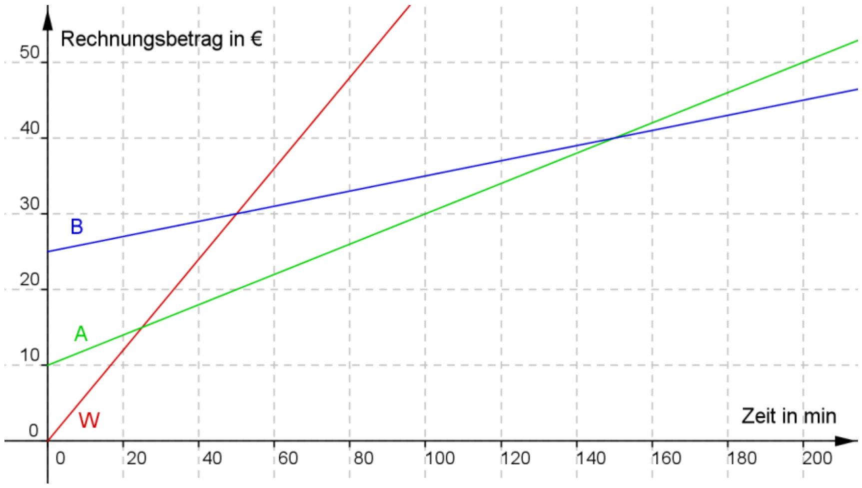
b) Wie viel °F entsprechen (i) 20 °C, (ii) –10 °C?

c) Wie viel °C entsprechen (i) 0 °F, (ii) 100 °F?

(Daniel Fahrenheit wählte als Nullpunkt seiner Skala die tiefste Temperatur des strengen Winters 1708/1709 in seiner Heimatstadt Danzig; 100 °F entsprach seiner eigenen Körpertemperatur.)

d) Gibt es eine Temperatur, bei der auf der Celsius- und auf der Fahrenheit-Skala die gleiche Zahl angezeigt wird?

11. Eine Mobiltelefongesellschaft bietet drei verschiedene Tarife an (Wertkarte, Tarif A, Tarif B), die in der folgende Grafik dargestellt werden.



a) Lies die Höhe der Grundgebühr und den Preis pro Minute bei allen drei Tarifen aus der Grafik ab.

b) Stelle die Gebühr bei allen Tarifen als Funktion der Gesprächszeit dar.

c) Berechne, ab welcher Gesprächszeit Tarif A günstiger als ein Wertkartenhandy bzw. Tarif B günstiger als Tarif A ist.

d) Skizziere die Graphen zu folgenden Tarifen:

- Flatrate: um 40 € kann unbegrenzt telefoniert werden
- 20 € Grundgebühr, 100 Freiminuten, danach 0,1 €/min

12. Der Wiener Taxitarif, der seit 19. 03. 2021 in Kraft ist, legt für Fahrten werktags von 6 – 23 h folgende Preise fest:

Grundtaxe	3,40 €
0 bis 5 km	0,80 €/km
ab 5 km	0,50 €/km

Gib für jeden dieser beiden Bereiche den Fahrpreis als lineare Funktion an und skizziere den Verlauf des Graphen.

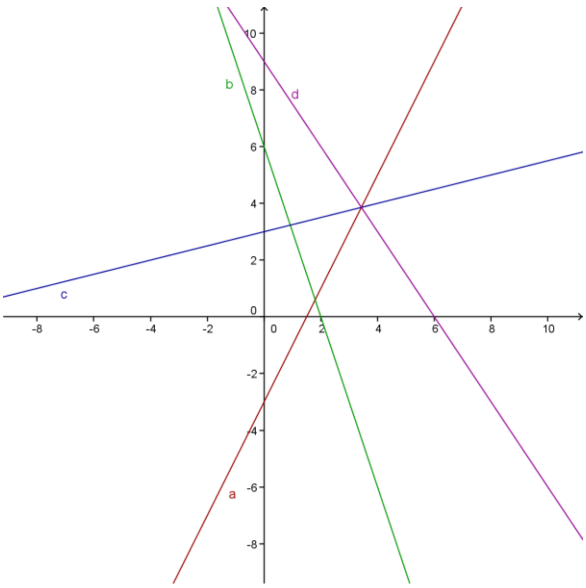
13. Die Orte A und B sind 12 km voneinander entfernt.
    a) Linda geht mit gleichbleibender Geschwindigkeit von 4 km/h von A Richtung B. Gib eine Funktion s_L an, die ihre Entfernung von A nach t Stunden beschreibt.
    b) Konstantin geht zur gleichen Zeit von B weg und kommt nach 2 Stunden in A an. Stelle seine Entfernung von A als Funktion s_K dar.
    c) Stelle beide Funktionen grafisch dar und lies aus der Zeichnung ab, wann und wo Linda und Konstantin einander treffen.

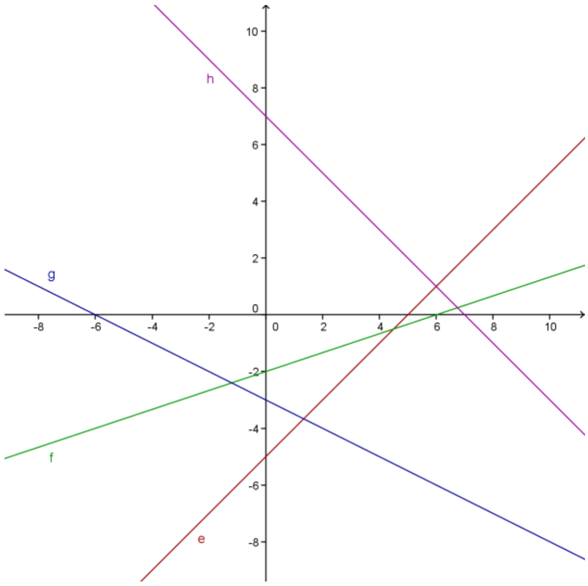
14. Zwei Autos fahren vom gleichen Ort weg. Ihre Entfernungen vom Ausgangspunkt werden durch die folgenden Funktionen dargestellt:
    $s_1(t) = 60 \cdot t$, $s_2(t) = 100 \cdot (t - 1)$
    (t: Zeit seit 8:00 Uhr in Stunden, s: Entfernung in Kilometer)
    a) Interpretiere die beiden Funktionen in diesem Zusammenhang.
    b) Stelle die Funktionen grafisch dar und lies ab, wann und wo die Autos aneinander vorbei fahren.

15. Frau Moosbrugger stellt einen Artikel in Heimarbeit her. Die Materialkosten betragen pro Stück 0,50 €. Dazu kommen noch Fixkosten von 40 € pro Tag. Für jedes Stück erhält sie 1,50 €.
    a) Stelle eine Kostenfunktion K auf, die die Produktionskosten für x Stück beschreibt.
    b) Modelliere eine Erlösfunktion E, die die Einnahmen von Frau M. für x Stück angibt.
    c) Stelle beide Funktionsgraphen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar .
    d) Berechne den Reingewinn von Frau M., wenn sie 60 Stück herstellt.
    e) Ermittle den Break-Even-Point, das heißt die Menge, ab der Frau M. Gewinn macht. Erkläre, wie du diese Menge aus der Grafik ablesen kannst.

Ergebnisse:

1.





a) N(1,5/0) b) N(2/0) c) N(–12/0) d) N(6/0)

e) N(5/0) f) N(6/0) g) N(–6/0) h) N(7/0)

2. a) f(x) = 1,5·x b) $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x$ c) f(x) = –3·x

d) $f(x) = -\frac{5}{8} \cdot x$ e) f(x) = 7·x f) f(x) = –3·x

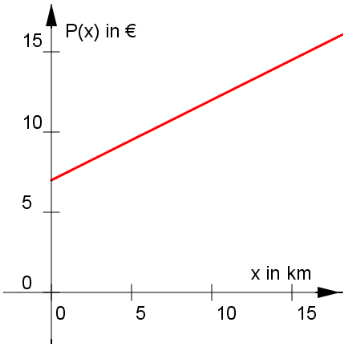
3. a) f(x) = x + 2 b) f(x) = 2·x – 5 c) $f(x) = -\frac{3}{4} \cdot x + 7$

d) $f(x) = \frac{5}{3} \cdot x$ e) f(x) = –3·x + 10 f) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot x - 3$

4. a) f(x) = 2·x – 1 b) f(x) = –0,5·x + 3 c) $f(x) = \frac{2}{3} \cdot x + 4$

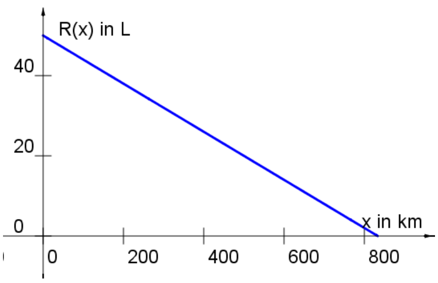
d) f(x) = –1,5·x – 3 e) f(x) = 2,5·x – 0,5 f) f(x) = 0,1·x + 1,5

5. a) P(x) = 0,5·x + 7 b) 14,50 € c) 6 km

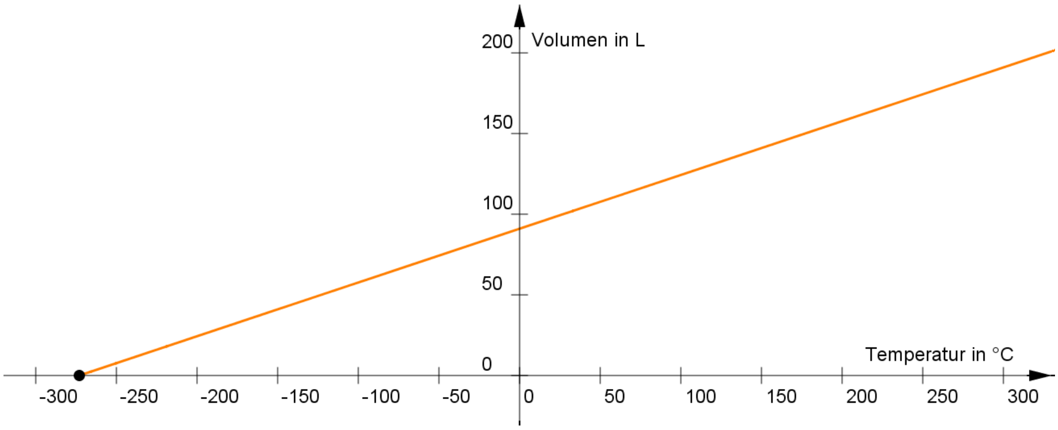


6. a) R(x) = 50 – 0,06·x b) 35 L

c) ca. 833 km (Nullstelle)

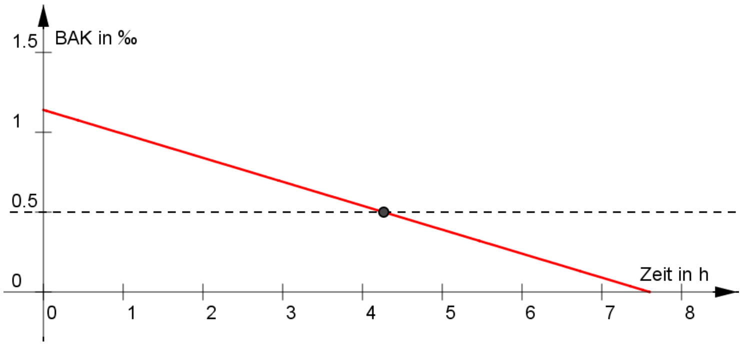


7. a) $V(T) = \frac{1}{3} \cdot T + 91$ b) –273°C (absoluter Nullpunkt)

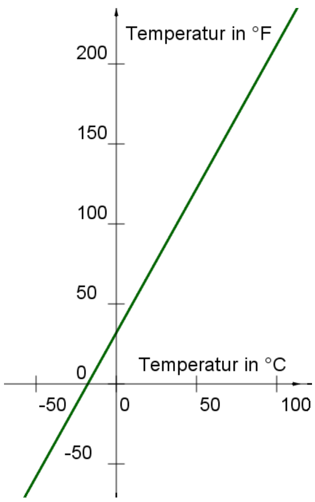


8. a) 450 b) N(t) = 450·t + 7200 c) 14400 d) im Jahr 2024

9. a) ca. 1,14 ‰ b) BAK(t) = 1,14 – 0,15·t c) nach ca, 4,3 h



10. a) $T_F = 1{,}8 \cdot T_C + 32$
    b) (i) 68°F, (ii) 14°F
    c) (i) –17,8°C, (ii) 37,8°C
    d) –40°

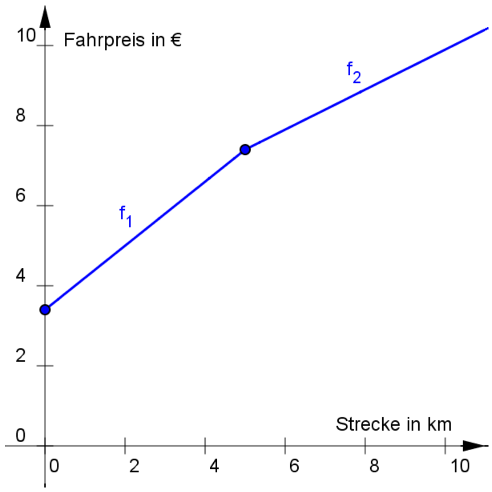


11. a) Wertkarte: 0,60 €/Minute
    Tarif A: 0,20 €/Minute, 10 € Grundgebühr
    Tarif B: 0,10 €/Minute, 25 € Grundgebühr
    b) W(x) = 0,6·x; A(x) = 0,2·x + 10; B(x) = 0,1·x + 25
    c) 25 Minuten; 150 Minuten

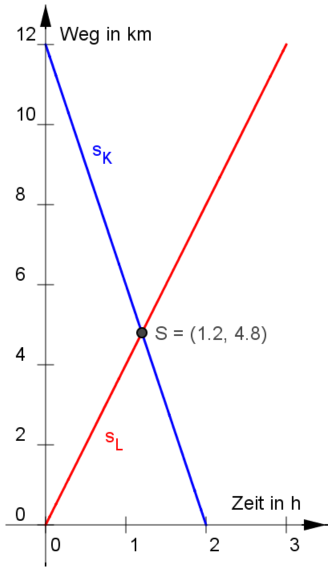
12. 0 – 5 km: $F_1(x) = 0{,}8 \cdot x + 3{,}4$

ab 5 km: $F_2(x) = 0{,}5 \cdot (x - 5) + 7{,}4 = 0{,}5 \cdot x + 4{,}9$

13. a) $s_L(t) = 4 \cdot t$ b) $s_K(t) = 12 - 6 \cdot t$ c) nach 1,2 h, 4,8 km von A entfernt



Bsp. 12



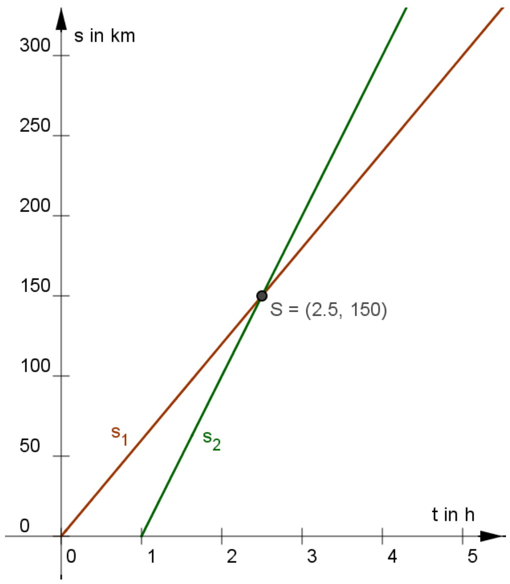
Bsp. 13

14. a) Auto 1 fährt um 8 h mit 60 km/h weg, Auto 2 eine Stunde später mit 100 km/h

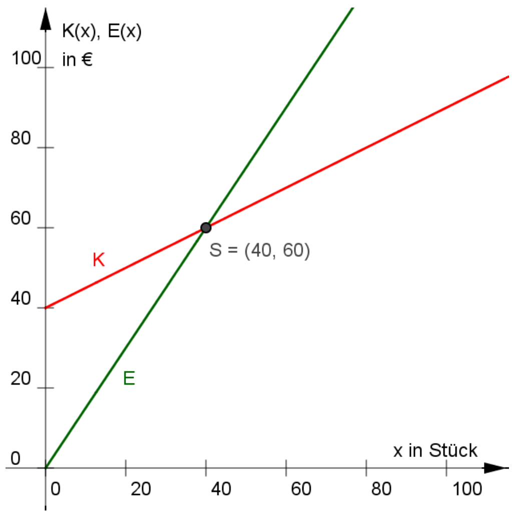
b) nach 2,5 h (10:30 h), in 150 km Entfernung vom Ausgangspunkt

15. a) $K(x) = 0{,}5 \cdot x + 40$ b) $E(x) = 1{,}5 \cdot x$ d) 20 €

e) 40 Stück (Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen)



Bsp. 14



Bsp. 15